

# 퍼펙트 論述

언어수리논술의 실전 예제 ② 민주주의와 투표

## 상식으로 때우려 말고 수리적 추리를

【논제1】 갑, 을, 병 3명의 후보 가운데서 가장 많은 투표를 획득하는 1명을 선출하려 한다. 3명의 후보를 동시에 여론조사를 한 결과 전체의 옳은 값이 을보다 적합하다고 응답하였고, 전체의 옳은 값이 병보다 적합하다고 응답하였다. 갑이 당선되는 경우와 당선되지 않는 경우에 대하여 설명하고, 그 결과를 바탕으로 제시문의 '다섯 가지 가능성의 조건' 중 하나를 선택하여 선택한 조건이 성립하지 않을 수 있는 경우에 대해서 설명해 보시오.

【논제2】 학생이 제시문 (나)의 E후보의 선거참모가 되어 B후보의 주장을 적당히 반박하고, E후보가 당선될 수 있는 방법을 모색하고, 그 근거를 함께 제시해 보시오.

(가) K. J. Arrow의 불가능성 정리(1951)란 투표의 역설로 인하여 빛어지는 현상이므로 '투표의 역설(모순)'이라고도 하며 투표 행위가 그 역설적 현상으로 인하여 바람직한 사회적 선택을 확보해 주지 못한다는 이론이다. 즉, 어떠한 사회적(집단적) 의사 결정도 민주적(비독재적)인 동시에 효율적(합리적)이 불가능하다는 현상을 의미한다. 그는 개인의 선택을 충분히 반영할 수 있는 윤리적인 사회적 선택의 다섯 가지 전제 조건(가능성 정리의 공준)을 모두 충족시켜 주는 집단적 선택 규칙은 존재하지 않는다는 것이다.

※ 다섯 가지 가능성의 조건(정리)  
① 파레토 원리 : 모두가 A보다 B를 원하면 사회적 선택도 A가 아닌 B가 되어야 한다.

② 이행성 원리 : 사회의 선호가 A>B이고 B>C이면 A>C가 되어야 한다. B보다 A가 좋고 C보다는 B가 좋으면 A보다 C가 좋을 수는 없다는 뜻이다.

③ 독립성 원리 : A와 B를 비교할 때 이들과 무관한 대안(C)의 존재는 이들의 비교에 아무런 영향을 주지 않아야 한다. 즉, 무관한 선택 대안으로부터 영향을 받지 않고 결정되어야 한다.

④ 비독재성 원리 : 한 사람에게 의한 사회적 의사결정은 안 된다.

⑤ 선호의 비제한성 원리(완비성의 원리) : 모든 사회적 상태를 비교 평가할 수 있어야 하고, 개개인의 가능한 모든 선호들이 충분히 고려되고 이들 선호의 우선 순위에 대해서도 아무런 제한이 없어야 하며, 자신의 선호에 일치하는 대안을 선택할 수 있는 자유가 보장되어야 한다.

Arrow는 위 ①, ②, ③, ④, ⑤의 공리(합리성의 공리)를 모두 충족시키는 사회적 선호 체계는 반드시 공리 ⑤의 공리(민주성의 공리)를 위배하게 된다는 것을 입증하였다. 구성원들이 개인적으로는 이행성의 원리를 지킨다고 해도 개인의 선호의 봉우리가 복수인 경우 사회 전체적으로는 이행성의 원리가 지켜지지 힘들고, 사회전체적인 이행성이 지켜진다고 해도 이는 독립성의 원리나 비독재성의 원리의 희생 하에 가능하다는 것이다.

(나) 민주주의 사회에서 결정은 어떤 식으로 이루어지는가? 아마 십중팔구 그 답은 '투표'일 것이다. 그러나 여기에서 문제가 하나 발생한다. 그렇다면, 투표 결과를 놓고 종종 해석이 구구한 이유는 무엇일까? 다시 말해 결과를 택하는 가능한 방법이 두 가지 이상 주어진다. 과연 '투표'라는 답의 진정한 의미는 무엇이 될까? 투표를 통한 안된 전정이라는 사람도 있고, 지배자의 허울 좋은 요식 행위라고 말하는 사람도 있다. 과연 투표란 그런 것일까? 여기서 하나의 사례를 살펴보자.

조그만 조직의 의장을 선출하려고 하는데 5명의 후보가 출마를 했다. 이 단체의 회원들은 55명이고 각각이 5명의 후보의 선호 순서를 적어서 투표를 했고, 그 결과가 아래 표와 같다.

선호도 유권자수	1순위	2순위	3순위	4순위	5순위
18명	A	D	E	C	B
12명	B	E	D	C	A
10명	C	B	E	D	A
9명	D	C	E	B	A
4명	E	B	D	C	A
2명	E	C	D	B	A

A후보의 지지자들은 1순위 선택을 가장 많이 득표한 후보자가 의장이 되는 것이 당연하다고 주장한다. 그러나 B후보자의 지지자들의 생각은 다르다. B후보의 지지자들은 A후보가 1순위 선택을 가장 많이 받았지만 그것은 전체 55명 중 겨우 18명의 선택이므로 그러한 방법으로 전체의 생각을 대변할 수 없다고 주장한다. 그들은 그 방법 대신 1순위 선택을 가장 많이 얻은 두 후보 가운데 선호도가 높은(앞지른 득표수가 많은) 후보가 당선되어야 한다고 문제를 제기한다. B후보는 이 방법으로 적절히 A후보를 앞서는 것이다. -정지봉 '신문기사와 함께하는 수학' 발행·편집

### 【논제1】

#### <출제 의도>

투표로 대표자를 선출하는 방법은 여러 가지가 있다. 이 문제에서는 투표 방식에 따라 나타날 수 있는 결과를 주어진 명제로부터 추론할 수 있는지를 묻고 있다. 어설픈 추리와 상식을 통해서가 아니라, 수리적 추리를 통해서 주어진 상황을 분석해야 한다. 분석한 결과를 토대로 예로 위의 이론을 구체적으로 설명하면 된다.

#### <예시 답안>

전체 선거인수를 명이라 N명이라 하면 선호도 순위가 선호 순으로 갑, 을, 병인 선거인 수 a 명 선호도 순위가 선호 순으로 갑, 병, 을인 선거인 수 b 명 선호도 순위가 선호 순으로 을, 갑, 병인 선거인 수 c 명 선호도 순위가 선호 순으로 을, 병, 갑인 선거인 수 d 명 선호도 순위가 선호 순으로 병, 을, 갑인 선거인 수 e 명 선거시에 갑에 투표할 것으로 예상되는 선거인 수는 a+b 명 선거시에 을에 투표할 것으로 예상되는 선거인 수는 c+d 명 선거시에 병에 투표할 것으로 예상되는 선거인 수는 e+f 명일 것이다. 조건에서 전체의 옳은 값이 을보다 적합하다고 응답하였으므로

$$a+b+e > \text{총}N \text{-----} ①$$

$$\text{전체의 옳은 값이 을보다 적합하다고 응답하였으므로}$$

$$a+c+d > \text{총}N \text{-----} ②$$

$$\text{그리고 } a+b+c+d+e+f=N \text{-----} ③$$

$$①+②-③ \text{에서 } a-f = \frac{1}{2}N \text{ 따라서 } a \geq \frac{1}{2}N \text{이다.}$$

$$\text{갑에 투표하는 선거인 수는 } a+b \geq \frac{1}{2}N+b$$

$$\text{을에 투표하는 선거인 수는 } c+d = \text{총}N-a \leq \frac{1}{2}N$$

$$\text{병에 투표하는 선거인 수는 } e+f = \frac{1}{2}N-b \leq \frac{1}{2}N$$

$$\text{갑이 당선되지 않는 경우는 } f=0, b=0 \text{이면 } a+b = \frac{1}{2}N, c+d = \frac{1}{2}N, e+f = \frac{1}{2}N \text{ 이므로 세 사람의 득표수가 같다.}$$

$$f \neq 0 \text{ 또는 } b \neq 0 \text{ 이면 항상 갑이 당선된다.}$$

$$\text{이 문제에서 } f=0, b=0 \text{ 이면}$$

$$\text{선호도 순위가 선호 순으로 갑, 을, 병인 선거인 수는 } \frac{1}{2}N$$

$$\text{선호도 순위가 선호 순으로 을, 갑, 병인 선거인 수 } a$$

$$\text{선호도 순위가 선호 순으로 을, 병, 갑인 선거인 수 } d$$

$$\text{선호도 순위가 선호 순으로 병, 갑, 을인 선거인 수 } \frac{1}{2}N$$

여기서 c와 d의 값에 관계없이 사회적 선호는 갑보다는 을을 더 선호하고, 을보다는 병을 더 선호한다. 하지만 d > c면 갑보다는 병을 더 선호하게 된다. 이는 '이행성원리'에 위배된다.

### 【논제2】

#### <출제 의도>

여러 가지 형태의 해석이 가능한 어찌 보면 수리적 모델이랄 수도 없는 문제에 대해서도 수학적 사고와 논리로 무장한다면 일면 일리가 있어 보이는 상대의 주장에 대해 좀 더 유연한 대처가 가능할 것이다. 이 문제는 정답이 없다. 어찌 보면 매우 여러 가지 형태의 정답이 가능하다

는 것이 더 맞을 것이다. 지금까지 배운 수학적 지식이 특별히 요구되는 문제는 아닐지 몰라도 수학을 통해서 길러진 논리적인 사고가 요구되는 문제이다.

#### <예시 답안>

B후보의 주장대로 의장을 선택하는 것 역시 전체의 생각을 올바르게 반영한 것이라 할 수 없다.

왜냐하면, B후보는 주장하기를 A후보를 1순위로 선택한 유권자가 18명으로 가장 많지만 나머지 37명의 생각을 함께 반영한다면 A후보는 적합하지 않다고 주장했지만 그것은 B후보 역시 마찬가지이기 때문이다.

B후보와 E후보만을 놓고 비교하였을 때, E후보보다 B후보를 더 선호하는 유권자는 전체 55명 중 고작 22명에 불과하다. 그렇다면, 나머지 33명은 B후보보다는 E후보가 더 적합하다고 생각하고 있다는 뜻인데, B후보를 당선시킨다면 22명의 생각을 좇아 33명의 생각을 저버리는 것이 되기 때문에 B후보의 주장은 인정할 수 없다.

투표 결과를 가장 합리적으로 해석하는 방법은 각각의 후보들을 1:1로 놓고 비교하였을 때, 누구나 인정할 수 있는 후보가 있다면 가장 좋고, 없다면 그때 가서 다시 차선을 선택해야 할 것이다.

그런데 이번 투표 결과에서는 그러한 후보가 존재한다. E후보는 다른 네 명의 후보 누구와 비교하여도 그 선호도가 우위에 선다. A후보와는 3대 18로 우위에 서고, B후보와는 3대 22로 우위에 서고, C후보와는 3대 19로 우위에 서고, D후보와는 2대 27로 우위에 선다. 따라서 E후보가 당선되는 것이 가장 합리적인 선택인 것이다.



강지훈  
1318논술연구소  
수리논술 연구원

동영상 강의  
www.nonsul.1318hi.com



**이태리가구 전문점**

**30% Off SALE**

1년 딱 한번  
7월 19일까지

www.hongpa.com

www.hongpa.com

0621226-7507

**OPEN**

**EVERY**

**여름 신상품**

**30~50% SALE**