퍼펙트 論述

수리논술의 해석적 이해

함수 특성 분석을 위한 미·적분 활용도는

수학사에 나타난 새로운 개념들 중에는 오늘날의 학생들에게 친숙하게 알려져 있는 것들도 많이 있다. 그 중 하나가 함수의 개념이다. 디리클레 이전의 수학자들도 $y=x^2-5x+2$라는 관계식이 주어진 임의의 수 x로부터 y의 값을 얻어내는 규칙을 의미한다는 사실은 이미 알고 있었다. 그러나 디리클레와 같이 주어진 식을 x와 y사이의 대응 관계로 인식하지는 못했던 것 같다.

디리클레에 따르면 함수란 주어진 수로부터 새로운 수를 산출하는 규칙이다. 그 규칙이 반드시 대수적으로 결정되어야 하는 것은 아니고, 수에만 관심을 제한할 이유도 없다. 한 종류의 대상들을 취하고, 이로부터 새로운 대상들을 산출하는 임의의 규칙이 함수가 될 수 있다. 예를 들면 세계의 나라와 수도를 연결하는 규칙 또한 일종의 함수가 될 수 있다.

추상적인 함수와 관련해서 수학자들은 특정한 공식에 의해 기술되는 성질들이 아니라 함수가 나타내는 행동에 의해서 기술되는 성질들을 연구하기 시작했다. 예를 들면 주어진 함수에 대하여 이렇게 물을 수 있다. 처음 값을 다르게 주면 항상 다른 대답을 산출하는가? 나라-수도 함수는 이 성질을 가진다. 반면에 나라-도시 함수는 이 성질을 갖지 않는다.

디리클레는 처음으로 함수를 대응으로서 정의하였다. 이러한 관점에서 이전까지 직관적인 관점에서는 미분이나 적분을 생각할 수 없는 다양한 함수의 예를 들었다. 그의 이름이 새겨진 대표적인 함수는 유리수인 점에서 불연속이고 무리수인 점에서 연속인 함수이다. 이는 동시대에 수학자들이 미적분을 더욱 논리적으로 다듬은 일에 의미를 부여하였다.

이때부터 미적분학은 단순히 도형의 면적을 구하거나 그래프의 접선을 구하는 것이 아닌 함수의 특성을 분석하는 해석학으로서 발전하기 시작하였고, 오늘날 수학의 여러 분야에서 그 활용도가 매우 높은 학문이면서 그 중에서도 특히 해석학의 주류를 이루는 학문으로서 자리를 잡게 된다.

조금 어려운 내용이긴 하지만 간단히 말하자면 고교 과정에서는 함수, 수열, 수열의 극한, 미·적분 등이 해석학에 관련된 내용이고, 이 중에서도 미·적분이야 말로 해석학을 발전시키는 원동이 되는 분야라는 정도로 이해하면 될 것 같다.

미분과 적분은 그 활용의 범위가 매우 넓다. 고정된 값이 아니라 변화하기 때문에 복잡한 많은 것들을 계산할 수 있도록 해준다. 그리고 실제에서는 많은 값들이 고정되어 있지 않고 수시로 변화한다는 측면에서 수학적 모델에서 현실을 비교적 잘 반영할 수 있도록 해준다고 할 수 있다. 미분과 적분의 근본적인 개념과 관련해서 여러 대학에서 수리논술 문제가 출제되고 있다.

강 지 훈
1318논술연구소
수리논술 상임연구원

동영상 강의
www.nonsul.1318hi.com

1. 미분

미분은 오랜 역사를 통해 많은 변모의 과정을 거쳐 발전해왔다. 알려진 것처럼 미분은 17세기 말에 영국의 뉴턴(I. Newton, 1642~1727)과 독일의 라이프니츠(G. W. Leibniz, 1646~1716)에 의해 각각 독립적으로 정립되었다. 그러나 이들에 의해서 시작된 것도 끝난 것도 아니며 그전부터 단편적으로 여러 학자들이 연구한 분야였다.

예를 들어 페르마(P. Fermat, 1601~1665)는 곡선에 접선을 긋는 문제를 이용하여 극대, 극소를 찾아내는 방법을 고안하였고 배로우(I. Barrow, 1630~1677)도 접선의 문제를 연구하였다.

뉴턴은 역학적인 관점에서 미분을 고안하였다. 물체가 운동하는 상태를 순간적인 정지상태의 반복으로 생각하였다. 따라서 운동하는 물체를 어떤 궤도를 그리는 점이라고 생각하고 그 운동을 순간적으로 멈추게 함으로써 속도나 가속도를 구하였다.

반면 라이프니츠는 기하학적인 관점에서 미분을 고안하였다. 곡선의 접선 또는 극대, 극소를 고찰하는 수단으로 미분법을 발견하였으며 오늘날 우리가 사용하고 있는 미분의 기호 dx를 창안하였다.

뉴턴이 미분을 발견한 것은 1665~1666년 사이의 일이었다. 그러나 그 사실을 공표하지 않고 비밀로 했기 때문에 이를 아는 사람은 뉴턴 주변의 친구들뿐이었다. 1674년에 라이프니츠가 자신의 미분을 영국 왕립협회에 보고했을 때, 협회로부터 이미 같은 사실이 뉴턴에 의하여 발견되었다는 통지를 받았다.

그러나 라이프니츠의 방법을 접한 뉴턴도 처음에는 자신의 방법과 독립적이라는 것을 인정하였고 라이프니츠는 뉴턴과 달리 자신의 발견을 비밀로 간직할 뜻이 전혀 없었다.

그 후 수십 년 동안 라이프니츠의 방법은 영국을 제외한 유럽의 모든 나라에 보급되었고 사실상 미분의 창시자로 공인되었다.

그러던 중에 영국의 한 수학자가 라이프니츠 방법이 뉴턴의 결과를 표절한 것일 뿐이란 글을 발표하였다. 이에 라이프니츠는 반박문을 발표하였고 싸움은 점차 영국 대 유럽대륙으로까지 비화되었다.

그 후 1세기 동안 유럽의 수학계는 두 파로 나누어져서 누가 누구의 아이디어를 도용했는가에 대한 격렬한 공방을 되풀이하였고, 1820년대에 접어들면서 두 사람의 독자적인 발견으로 공인 받게 되었다.

이러한 논쟁으로 영국과 유럽대륙 사이에는 수학 교류가 끊기게 되었고, 그 결과 영국의 수학 발전이 거의 100년 정도 늦어졌다고 한다.

〈생각해 보기〉

※ 뉴턴은 역학적인 관점에서 미분을 고안하였다. 다음은 좌표공간에서 0.1초마다 야구공의 위치를 표시한 것이다. 야구공의 속도와 가속도를 구하는 방안을 논술하시오.

t(초)	x(m)	y(m)	z(m)
0	0	0	0
0.1	2	4	0.10
0.2	4	8	0.59
0.3	6	12	0.94
0.4	8	16	1.15
0.5	10	20	1.22
0.6	12	24	1.15
0.7	14	28	0.94
0.8	16	32	0.59
0.9	18	36	0.10

2. 적분

적분의 기원은 기원전 5세기 고대 그리스시대까지 거슬러 올라간다. 당시에 에우독소스(Eudoxos)는 "어떤 양에서 절반 또는 절반 이상을 빼고, 나머지에서 다시 절반 또는 절반이상을 빼고, 이것을 반복하면 그 나머지는 미리 정해둔 양보다 작아진다."라고 하는 착출법을 사용하여 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 설명하였다.

착출법은 유한 단계에서 귀류법을 사용한 방법이며, 오늘날과 같이 극한 개념을 토대로 한 방법은 아니었다.

역시 그리스 시대의 아르키메데스는 곡선으로 이루어진 평면도형의 넓이, 곡면의 넓이와 부피를 구함으로써 오늘날의 적분에 근접하게 연구한 사람이다.

그는 원주율을 구하기 위해 원에 내접하는 정96각형과 외접하는 정96각형의 넓이를 계산하였다. 원의 넓이가 원에 내접하는 정96각형보다는 크고 외접하는 정96각형보다는 작다는 사실을 이용하여 원주율의 크기가 3.140보다는 크고 3.142보다는 작은 수라는 것을 발견했다.

아르키메데스가 생각한 96이라는 수를 계속 크게 하면 점차 올바른 원주율로 다가간다는 것을 알 수 있다. 원의 면적은 정다각형의 면적을 계산하면서 각의 수를 늘여 갔을 때의 극한으로 주어진다. 이것이 적분의 원리이다.

착출법에 의하지 않고 넓이나 부피는 무한히 작은 부분이 무수히 많이 모여서 이루어진 것으로 생각하여 곡선도형의 넓이나 부피를 구한 사람은 케플러(J. Kepler, 1571~1630)였다. 이를 더욱 엄밀하게 다룬 사람이 갈릴레이의 제자인 카발리에리(F. B. Cavalieri, 1550~1602)이다.

그는 넓이를 폭이 없는 선의 모임이고 부피는 두께가 없는 면의 모임으로 생각하여 '불가분량법'(method of indivisibles)을 저술하였다. 다시 말하면 한 평면 위의 도형은 평행한 현의 무한 모임이고, 공간상의 입체도형은 평행한 단면의 무한 모임으로 간주하였다.

〈생각해 보기〉

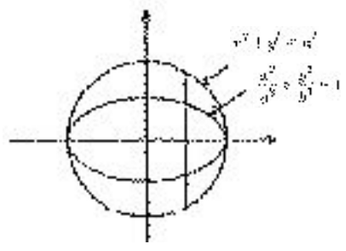
※ 타원체를 정의하는 방법은 여러 가지가 있고, 그 정의에 따라 조금씩 다른 형태의 타원체가 되기도 한다. 여기서는 평면도형에서의 타원의 정의를 공간으로 확장시킨 것을 타원체의 정의로 사용하기로 할 때, 제시문 (가)의 내용을 활용하여 적당한 타원체의 부피를 구해보시오.

아르키메데스(Archimedes)의 무한서에 대한 논문 '불가분량의 연속 기하학'의 주제로 넓이는 불가분량의 선분으로, 또 입체는 불가분량인 넓이로 이루어졌다는 것은 논리적 결함이 있다 해도 도형의 넓이(부피), 길이, 중심 등을 구하는데 유용한 체계적인 방법을 찾아야겠다는 것이 당시 수학자들의 공통된 경향이었는데, 이 경향은 카발리에리(Cavalieri)의 원리에 잘 반영되어 있다. 카발리에리의 원리는 다음과 같다.

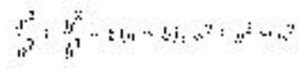
1. 만일 두 평면 도형이 한 쌍의 평행선 사이에 들어 있고, 이 직선과 평행한 임의의 직선에 의해 잘린 두 선분의 길이의 비율이 일정하다면 이 두 평면도형의 넓이의 비율도 그와 같다.

2. 만일 두 입체도형이 한 쌍의 평행한 평면 사이에 들어있고, 평면과 평행한 임의의 평면에 의해 잘린 두 단면의 넓이의 비율이 일정하다면 두 입체도형의 부피의 비율도 그와 같다.

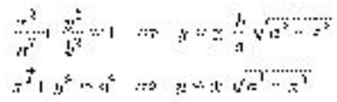
카발리에리의 원리를 이용하면 장·단축이 a, b인 타원의 넓이나 반지름이 r인 구의 부피 등을 구할 수 있다. 실제로 카발리에리의 원리를 이용하여 장·단축이 a, b인 타원의 넓이를 구하여 보자.



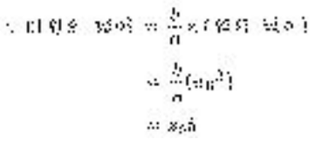
위의 그림과 같이 동일한 직교좌표 평면에 그려진 타원과 원을 살펴보자.



위의 방정식을 y에 관하여 풀면,



따라서 타원과 원에 대응하는 y좌표는 $\frac{b}{a}$의 비율이다. 그러므로 카발리에리의 첫 번째 원리에 의해 장·단축이 a, b인 타원의 넓이는 다음과 같다.



〈이정연, '조각원리와 카발리에리의 원리를 이용한 넓이와 부피에 대한 연구'〉

대인동삼일부동산
☎(代)223-1140, 5210 핸 011-602-2532
(광주은행 신본점옆, 대인동 소방서건너편)
좋은 자리에 상가 건물을 싸게 사실분
상가 전문소개업체인 저희 부동산으로 오십시오.
광주시내 전지역 상가중 점포가 잘 형성되어 월세가 다른지역보다 더 많이 나오고 앞으로 더욱 좋아질 비젼있는 곳으로 1층 점포가 4~5칸 정도에 점포가 여러칸인 상가를 대표적인것만 골라 물건을 많이 확보하고 있어 일일이 광고하지 못합니다.
사장님께서 중요한 결정을 내리실 때에는 상가전문 소개업체인광주에서 오랜전통있는 저희 부동산에 꼭 한번 방문 하시면 책임지고 최선을 다하겠습니다.

무등공인중개사
☎(代)383-5221 핸 011-609-5221
(상무지구 입구)
◉건물투자
• 보증금 36억 월세 3,000만원(지역 최고상권) 융자 12억 매매가 85억 (토지와 교환가능)
• 풍림주공아파트 입구(신축빌딩) 융자10억 보증금 10억 월1,800만원 예상 매가 34억
• 치평동 대지1,623㎡(490평) 건평4, 100㎡(1,250평) (신축)병원, 학원적합 예상임대가 보10억 월알대료 4,000만원
• 보증금 3억 월세 700만원 매가16억(상무2지구)
◉땅투자(상무지구)
• 2,800㎡(850평) 3.3㎡당 1,100만원
• 661㎡(200평) 3.3㎡당 1,200만원
• 1,653㎡(500평) 3.3㎡당 820만원
• 426㎡(129평) 3.3㎡당 650만원(유흥지구)
• 330㎡(100평) 3.3㎡당 800만원(사행업상가)
• 500㎡(150평) 3.3㎡당 850만원(월350만원)
◉모텔매매
• 상무지구 객실 34개 융자 9억7천 매가 12억
• 상무지구 객실 35개 융자 20억 매가 27억
◉상가,사무실(상무지구)
• 상가 297㎡(90평) 보5천만원 월세 650만원 매가 10억
• 치평동 3층 228㎡(69평) 3.3㎡당 390만원
◉임야(농장)
• 광산구 동산동 그린벨트 73,000㎡(2만2천평) 농장 3.3㎡당 11만원
◉공장,창고 및 기타
• 광촌동 대지 152㎡(155평)(20M도로접) 3.3㎡당 265만원
• 장등동 3,760㎡(1,140평) 주거지역 3.3㎡당 39만원(투자용)
• 서구 서연녹지(대지)9,900㎡ 3.3㎡당 160만원
• 서구 마륵동 2,545㎡(770평) 3.3㎡당 170만원
◉주유소 부지
• 동림동 및 고forum로일구 4,300㎡(1,300평) 3.3㎡당 350만원
★양도세 부동산 교환상담 환영★

정우부동산
☎(代)675-4788~7 핸 011-603-4788
(봉선동 한일병원부근)
건물급매
·대지 260평 건평 약600평 지하1층 지상3층 매매가 9억8천 보증금 1억 2천만원 월약500만원 융자 4억원
·주월동 한일병원부근 대지84 건평 약300평 지하1층 지상5층 매매가 8억 보증금 약1억2천 월390만원
·미래아동병원부근 대지 약125평 지하1층지상5층 매매가 14억 보증금 약2억 월500만원
토지급매
·봉선동 2차선 버스승강장 인접 대지 약160평 평당 550만원
·봉선동 라인하이츠 입구 부근 대지 약185평 매매가 4억4천만원
·남구 봉선동 무등2차 정문부근 대지 약200평 2차선접 매매가 평당 400만원
·월산동 외곽도로 대지 약160평 35m×10m도로코너 평당 450만원
·서구 쌍촌동 현대APT부근 대지 약260평 평당350만원
시외내농지
·광산구 삼도 오운동 약2,200평 평당 7만원
·남평 공장부지 약2000평 평당25만원
·장성 삼계 입야 약7000평 매매가 7천만원 일부관리지역
·나주 삼포 광목간도로변 답730평 평당 70만원

첨단월계공인중개사
☎(代)972-4585 핸 011-604-6205
(첨단지구 부명A LC빌딩 사거리)
★급매매★
◉첨단 인근 비아동 일반주거지역 1000평 다세대주택, 물류창고, 복지시설
◉첨단중심상업지역 1100평 주·상 복합시설적합
첨단인근 지연, 생산녹지
·보훈병원부근 산월동 450평 하남공단 9번로부근 지방도로접 안청동 1000평
첨단중심 상업매매
·정부지방청사 2008년 개청지 앞 360평
·부영·호반아파트 정문 앞 145, 135평
·빅마트·호수공원 부근 유흥지역100평
첨단 원룸 건물 급매
·대68 건145 원룸17 쓰리룸1개 보7000만 월495만 매5억3천만
·대70 대110평 원룸15개 보2000만 월480만 매4억8천만
·대79평 건120 원룸6 투룸3 주인 방3개 보1억2천만 월180만 매4억1천만
첨단 인근 녹지 급매매
·보훈병원 부영아파트 앞 250평
·신창동 제방도로부근 1080평
·신창동 보건대 마을부근 510평
·도천동 공단 8번로부근 450평 700평 공장, 창고 적합
·북구 지야동 30m도로 인근 전후면 도로접 가든, 찻집, 창고, 공장 적합

금보부동산컨설팅
☎(代)261-8949 핸 011-602-2233
(산수동 543-51(두암타운입구 삼거리)
토지매매
·나주시 영정동 관리지역 전답 진입도로접 면적15,535㎡ 노인병원, 골프연습장적합 매매가 평당 10만원
·북구 삼각동 1종주거지역 면적843㎡ 매매가 평당 160만원
·광산구 장록동 상산녹지 좀 1,941㎡ 매매가 평당 150만원
·화순군 북면 아산 면적608.11㎡ 평당 7,000원
·담양군 담양읍 산단리 관리지역 임야2,380㎡ 매매가 평당 38만원(창원주택적격지)
·담양군 남면 연천리 전원주택지 488㎡ 매매가 평당 35만원
·동구 산수동 준주거지역 196.4㎡ 매매가 평당180만원
·나주시 왕룡면 반동리 임야 350.2㎡ 매매가 1억
·서구 농성동 원룸,투룸부지 면적 828㎡ 매매가 평당 150만원
·담양군 고서면 평장리 1종주거지(전계획됨) 3,600㎡ 평당90만원
건물매매
·북구 두암동 상권최고지역 대지1,023.6㎡ 세보증금200억에 월360만원 융자18억 매매가16억
·북구 일곡동 상권최고지역 대지 577.6㎡ 건평398.96㎡ 단층주유소(점포2칸) 세보증금 20억4,000만원에 월480만원 매매가 14억5,000만원
·북구 중흥동 구시청뒤 대지295.9㎡ 건평 879.28㎡ 지하1층 지상4층 세보증금3,300만원 월230만원 융자2억 8,000만원포함 매매가6억
·북구 두암동 무등도서관앞 대지209.8㎡(건폐78.8㎡ 인천제2019㎡ 지하1층 지상5층 세보증금 6,000만원에 월300만원 매매가 29억7,000만원
·서구 농성동 4차선 대지1,568㎡ 건평1,892.25㎡ 지하1층 지상5층 세보증금1,500만원에 월 520만원 투자공시지가 7억 8,200만원 매매가 4억 6,000만원
·북구 문화동 동문삼거리앞 47평코너 대지176.5㎡ 인천제2019㎡ 지하1층 지상5층 세보증금 6,700만원에 월1,000만원 매매가 4억
·북구 중흥동 코아빌 대지면 대지135.4㎡ 인천제2019㎡ 지하1층 지상5층 세보증금 5,000만원 월 250만원 융자8억3천 매매가 9억
·북구 임곡동 상권역내 대지317.9㎡ 인천제1종전용 지하1층 지상3층 세보증금 2억3천만원에 월300만원 매매가 10억5,000만원
·북구 운암동 대지 300㎡ 인천제 998.68㎡ 지하1층 지상5층 세보증금 5억3,000만원에 월440만원 매매가 14억
·북구 두암동 대로변 대지 780.1㎡ 인천제4,457.96㎡ 세보증금 14억에 월3,000만원 매매가 56억
·서구 농성동 대로변 대지 512.1㎡ 건평1138.62㎡ 지하1층 지상4층 세보증금 9,000만원에 월615만원 융자5억 포함 매매가 10억5,000만원
·북구 용봉동 전북대앞 대지 180.6㎡ 인천제438.9㎡ 지하1층 지상4층 세보증금 1억3,000만원에 월270만원 매매가6억
고시원매매
·북구 용봉동 신대 옛뜰 대지331.9㎡ 인천제901.96㎡ 실45실(8등제 85석 월수입 약1,600만원 융자3억 8,000만원포함 매매가 9억
주유소매매
·오치동 20m도로변 현재성업중 월매출 약3억 매매가 14억
·두암동 대로변 대지 약210평 월매출 2억5,000만원 융자10억포함 매매가 18억
※주유소, 충전소, 물건다량보유, 물건접수환영
※원룸, 고시원 물건다량보유 상담요

한일지도판매(주)
☎(062)529-1409 상담 010-2466-1409 (전화)527-6310, 011-9433-6310
(광주시 동구 지산동 373-8 법원정문앞)
2007 최신 함본(광주·나주·화순·장성·담양·함평) 지번도 책 판매중
안녕하십니까? 한일지도(주) 20주년을 맞이하여 한일지도를 사랑해주신 사장님들께 특별세일을 실시하오니 7.20~8.20 한달동안 좋은기회를 놓치지 마시기 바랍니다.
이번에 제작한 함본책은?
① 광주 광역시 전지역 재정비·도시계획·용도지역·하남4공단 경계수록 최신 지적, 산규APT 수록
② 나주 나주시 전지역, 도시계획, 용도지역, 그린벨트 1·2차 해제수록, 나주송월동 스포츠타운 수록, 송월택지개발지구 가지번수록 나주 촌끄리 남양유업수록, 혁신도시 최종안 수록, 혁신도시로 연결된 도시계획 수록
③ 화순 화순군 전지역, 도시계획, 용도지역, 그린벨트 1차수록 최신지적 수록
④ 장성 장성군 전지역 도시계획, 용도지역 개발예정인 장성 남면에 그린벨트 1차,2차 해제수록 나노단지 지점, 배치도 수록
⑤ 담양 담양군 전지역 도시계획, 용도지역, 그린벨트 1차, 2차 수록, 최신지적 수록, 보존지구 수록
⑥ 함평 함평군 전지역, 도시계획, 용도지역 그린벨트 1차 해제 수록, 최신지적 수록
최신 (광주·나주·화순·장성·담양·함평) 지번도 책 판매중 (5개 시·군 1권에 수록) 1/7500 한일지도판매(주) 062-529-1409 061-527-6310
장소:1000원+택배비가:50만원
※현재 시중에 판매되고 있는 장성,담양,화순,나주책은 그린벨트 해제된 책은 없습니다.
이외 더 많은 부분들이 있으나 서면으로는 다 알릴수가 없어 궁금하신 부분이 더 있으신 분은 전화로 문의 바랍니다.
※판매개시 한달동안 전화 예약하신분에 한하여 함을 덜어드리기 위해 50% 세일을 단행하였으니 좋은 기회를 이용하세요.
【영업사원 ○○명 모집】

현대공인중개사
☎(062)371-1900, 010-2006-0115
(상무 우리병원에서 50m 지점. www.85858949.co.kr)
전원주택용지 24필지 선착순 분양
(전문직에 종사하는 분들의 단체 분양 환영)
◉위 치 : 담양군 용면 추성리 산28번지 일대
◉분양면적 : 205평서 414평까지
◉분 양 가 : 상담 후 결정
◉본택지의 특성◉
1. 접근성이 용이함 - 동광주IC에서 30분거리
2. 점남함으로 단지를 배치하여 조망 및 일조권 확보
3. 주변의 레저 및 관광명소등이 근거리에 위치 (추월산, 담양리조트, 죽녹원, 담양호, 가마골 생태공원 등)
4. 투자가치가 높음
◀ 급히 구 합니다 ▶
◉그린벨트 농지 3,000평 구함 서구 남구 경지정리된 농지(대토용)
◉광산구 무산동 농지 구함-비행장 맞은편(약2,000평)
◉관리지역 토지 구함 (광산구 삼도동 본량동 관내농지 평수에 관계 없슴)
◉묘지구함 : 1,000평 이상 (환평나산 / 나주노안 봉황 금천 다도 / 장성)
저희 업소는 20년 가까운 중개경험과 노하우를 바탕으로 다음과 같은 토지의 매매를 전문적으로 중개 합니다.
부동산 관련 직종의 전문가와 입지선정에서 준공까지 원스톱으로 컨설팅 하여 드립니다.
병원, 공장, 원룸, 식당, 모텔, 차고지, 전원주택 주유소및가스충전소 부지, 투자용토지, 상가건물